STEPHEN KIMBROUGH · MARCO NICOLINI · DAMJAN ŠTRUS

GÓLTŐZSDE

táblázat, gólstatisztikák, átlagok, grafikonok, relatív gyakoriság, véletlen, valószínűség, kvóta

matematika, statisztika, IKT

15–19 év

1 | ÖSSZEFOGLALÓ

Ebben a tanegységben interneten [1] vagy napilapokban ingyen hozzáférhető futballstatisztikákkal dolgozhatnak a tanulók. Az adatok értelmezésére, illetve a futballeredményekkel kapcsolatos kérdéseik feltételére is van lehetőségük.

2 | ELMÉLETI BEVEZETŐ

A futball a világ legnépszerűbb sportja, amely a nemzeti, kulturális, nemi és szocioökonómiai osztályok határain egyaránt messze túlmutat. A minden eddiginél nagyobb ütemben bővülő nézőközönsége révén a futball vonzereje világszerte egyre nagyobb: ilyenformán mára világszerte a sportágazat egyik legerősebb üzletágává vált.

Az európai futballpiac értékét 19,4 milliárd euróra becsülik [2]. Sok-sok ember megélhetése függ ettől az iparágtól: többek között a játékosoké, az edzőké, a bíróké, a marketingvállalatoké, a médiáé és végül, de nem utolsó sorban a fogadóirodáké, illetve bukmékereké. A sportfogadási ágazat „forgalma" évente mintegy 606–870 milliárd euró. A bukmékerek feladata előrejelezni, hogy egy adott csapat nyerni vagy veszíteni fog-e, ahogy a fogadási szorzók kiszámítása is az ő feladatuk. Egy sikeres bukmékernek nemcsak szerencsére, de kiváló matematikai készségekre is szüksége van ahhoz, hogy komplex adatsorokat elemezzen, amihez kombinatorikai tényezőket és komplex változókat egyaránt figyelembe kell vennie.

3 | A TANULÓK TEVÉKENYSÉGE

A tanulóknak legfontosabb készségként először az adatbázisoknak a táblázatos formában való elkészítését és bővítését kell elsajátítaniuk. Az interneten elérhető, labdarúgással kapcsolatos adattípusok között számos változó szerepel. Ilyen változó például a meccsek időpontja, a hazai vagy idegenbeli pályán szerzett eredmények, a teljes meccsre vagy a félidőkre vonatkozó eredmények, a lövések, a szögletek, a szabálytalanságok, a lesek, a sárga vagy piros lapok száma, és természetesen a fogadási szorzók értéke. A tanulók összegyűjthetik a használni kívánt adatokat ezekből a forrásokból, és beimportálhatják saját táblázataikba.

3 | 1 Adatbevitel

A diákok feladata, hogy készítsenek táblázatot a meccsek eredményeiből. A feladathoz használható példatáblázat az **1. ÁBRÁN** látható. A táblázat a német Bundesliga 1 2014/15. évi eredményeit tartalmazza.

A hazai csapatok neve a bal oldali oszlopban, a vendégcsapatok neve a felső sorban található (a csapatnevek ábécésorrendbe vannak rendezve).

A meccseken lőtt gólok száma (eredmény) a csapathoz tartozó megfelelő cellában van feltüntetve: a bal oldali oszlopban a hazai csapat által lőtt gólok, a jobb oldali oszlopban pedig a vendégcsapat által lőtt gólok száma látható. Amikor például a Bayern München hazai pályán játszott az Augsburg ellen, a meccs eredménye 0:1 lett. Amikor az Augsburg játszott hazai pályán a Bayern ellen, 0:4-es eredményt értek el.

3 | 2 Számítások

Feladat:

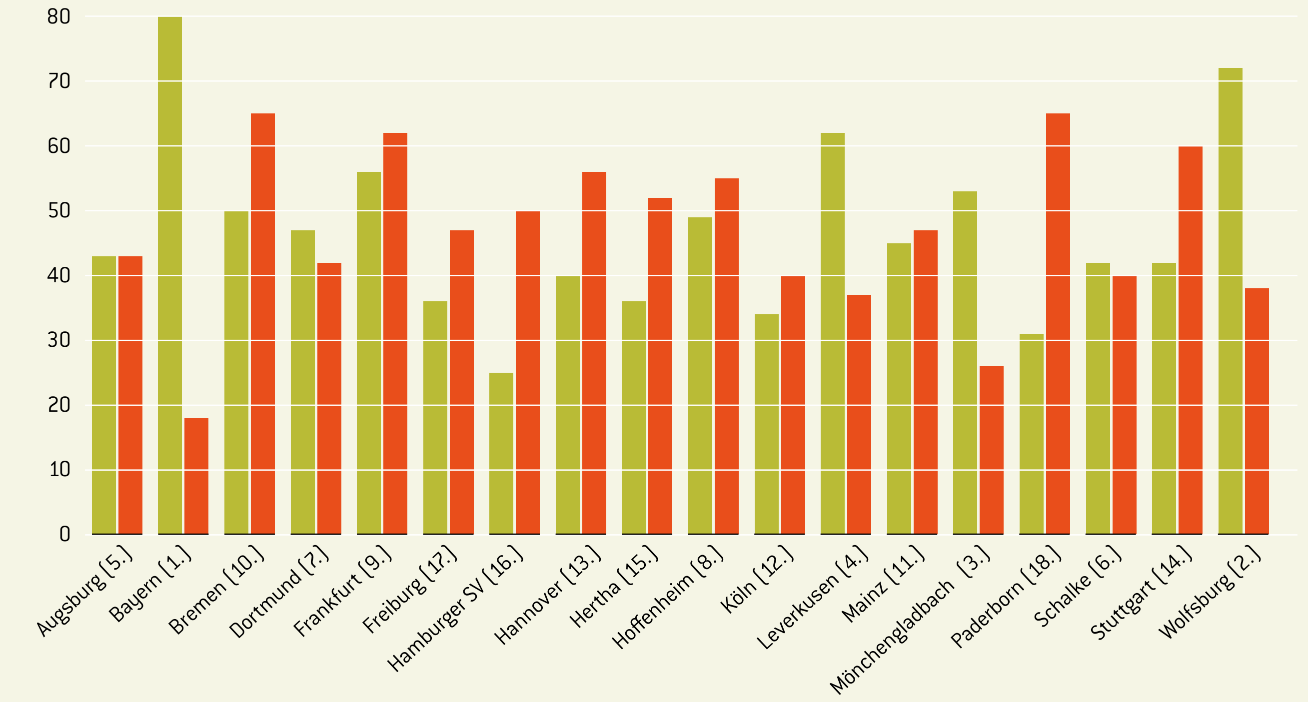
1. Készítsünk képletet, amelynek segítségével kiszámítható, hány meccset játszottak a Bundesliga 1-ben a teljes szezonban (tipp: 18 csapat játszott egymás ellen).

   Megoldás: Mindegyik csapatnak 17 ellenfele van, amelyek otthoni és idegenbeli mérkőzéseket is játszanak, így az egyes csapatok $2 \cdot 17 = 34$ mérkőzést játszanak (a Bundesliga 1 bajnokságban is 34 forduló van). Mivel össze-

1. ÁBRA Táblázat a mérkőzések eredményeivel; német Bundesliga 1, 2014/15-ös szezon

	vendégcsapat hazai csapat	Augsburg		Bayern		Bremen		Dortmund		Frankfurt		Freiburg		Hamburger SV		Hannover		Hertha		Hoffen-heim		Köln		Leverkusen		Mainz		Mönchen-gladbach		Paderborn		Schalke		Stuttgart		Wolfsburg	
1	Augsburg			0	4	4	2	2	3	2	2	2	0	3	1	1	2	1	0	3	1	0	0	2	2	0	2	2	1	3	0	0	0	2	1	1	0
2	Bayern	0	1			6	0	2	1	3	0	2	0	8	0	4	0	1	0	4	0	4	1	1	0	2	0	0	2	4	0	1	1	2	0	2	1
3	Bremen	3	2	0	4			2	1	1	0	1	1	1	0	3	3	2	0	1	1	0	1	2	1	0	0	0	2	4	0	0	3	2	0	3	5
4	Dortmund	0	1	0	1	3	2			2	0	3	1	0	1	0	1	2	0	1	0	0	0	0	2	4	2	1	0	3	0	3	0	2	2	2	2
5	Frankfurt	0	1	0	4	5	2	2	0			1	0	2	1	2	2	4	4	3	1	3	2	2	1	2	2	0	0	4	0	1	0	4	5	1	1
6	Freiburg	2	0	2	1	0	1	0	3	4	1			0	0	2	2	2	2	1	1	1	0	0	0	2	3	0	0	1	2	2	0	1	4	1	2
7	Hamburger SV	3	2	0	0	2	0	0	0	1	2	1	1			2	1	0	1	1	1	0	2	1	0	2	1	1	1	0	3	2	0	0	1	0	2
8	Hannover	2	0	1	3	1	1	2	3	1	0	2	1	2	0			1	1	1	2	1	0	1	3	1	1	0	3	1	2	2	1	1	1	1	3
9	Hertha	1	0	0	1	2	2	1	0	0	0	0	2	3	0	0	2			0	5	0	0	0	1	1	3	1	2	2	0	2	2	3	2	1	0
10	Hoffenheim	2	0	0	2	1	2	1	1	3	2	3	3	3	0	4	3	2	1			3	4	0	1	2	0	1	4	1	0	2	1	2	1	1	1
11	Köln	1	2	0	2	1	1	2	1	4	2	0	1	0	0	1	1	1	2	3	2			1	1	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	2
12	Leverkusen	1	0	2	0	3	3	0	0	1	1	1	0	4	0	4	0	4	2	2	0	5	1			0	0	1	1	2	2	1	0	4	0	4	5
13	Mainz	2	1	1	2	1	2	2	0	3	1	2	2	1	2	0	0	0	2	0	0	2	0	2	3			2	2	5	0	2	0	1	1	1	1
14	Mönchengladb.	1	3	0	0	4	1	3	1	1	3	1	0	1	0	2	0	3	2	3	1	1	0	3	0	1	1			2	0	4	1	1	1	1	0
15	Paderborn	2	1	0	6	2	2	2	2	3	1	1	1	0	3	2	0	3	1	0	0	0	0	0	3	2	2	1	2			1	2	1	2	1	3
16	Schalke	1	0	1	1	1	1	2	1	2	2	0	0	0	0	1	0	2	0	3	1	1	2	0	1	4	1	1	0	1	0			3	2	3	2
17	Stuttgart	0	1	0	2	3	2	2	3	3	1	2	2	2	1	1	0	0	0	0	2	0	2	3	3	2	0	0	1	0	0	0	4			0	4
18	Wolfsburg	1	0	4	1	2	1	2	1	2	2	3	0	2	0	2	2	2	1	3	0	2	1	4	1	3	0	1	0	1	1	1	1	3	1		

2. ÁBRA Szerzett gólok (zöld) és kapott gólok (piros) grafikonja az egyes csapatokhoz – német Bundesliga 1, 2014/15-ös szezon



sen 18 csapat játszik, minden fordulóban kilenc mérkőzésre kerül sor. Ezért a teljes szezon összesen 306 meccsből áll.

2. Számítsuk ki a gólstatisztikákat (szerzett és kapott gólok) minden egyes csapathoz az egész szezonra.

A 2. ÁBRÁN láthatók az egyes csapatok által szerzett (zölddel jelölve) és kapott (pirossal jelölve) gólok A tanulók ezután összehasonlíthatják az eredményeiket az online adatbázisokból származó valós adatokkal, és így ellenőrizhetik a számításaikat.

3. Számítsuk ki a mérkőzések gólátlagát a teljes szezonra.

Megoldás: 2,75

4. Számítsuk ki az egyes csapatok szerzett és kapott góljainak mérkőzésenkénti átlagát. A tanulók grafikont készítenek a mérkőzésenként szerzett és kapott gólokról minden egyes csapathoz. Kérjük meg a tanulókat, hogy hasonlítsák össze a grafikont az egyes csapatok végleges tabellán elfoglalt helyezésével, majd adjunk nekik időt, hogy felismerjék a grafikon alakja és a végső helyezés közötti összefüggést (**2. ÁBRA**).

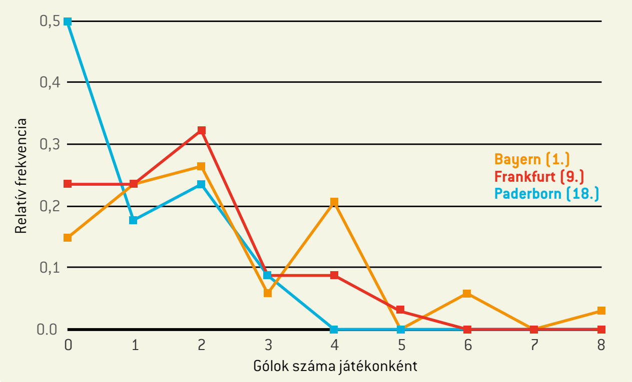
5. Számítsuk ki a mérkőzésenkénti gólok számának $p(n)$ relatív gyakoriságát. A tanulók megszámolhatják, hány meccsen értek el az egyes csapatok 0, 1, 2, 3 vagy több gólt. Minden csapatról táblázatot készíthetnek, és grafikont rajzolhatnak a gólok relatív gyakoriságáról és a mérkőzésenkénti gólok számáról az egyes csapatok esetében. A **3. ÁBRÁN** az látható, hogy a Bayern összesen 34 mérkőzést játszott, öt mérkőzésen nem rúgott gólt, nyolc mérkőzésen egy gólt rúgott, kilenc mérkőzésen két gólt szerzett stb. Kérjük meg a tanulókat, hogy a táblázatkezelő programban lévő képletekkel tervezzék meg a **3. ÁBRÁN** látható javasolt táblázatot.

3. ÁBRA Relatív gyakoriságok $p(n)$ három csapatnál

	Relatív gyakoriság					
	Bayern (1.)		Frankfurt (9.)		Paderborn (18.)	
n	$N*p(n)$	$p(n)$	$N*p(n)$	$p(n)$	$N*p(n)$	$p(n)$
0	5	0,15	8	0,24	17	0,50
1	8	0,24	8	0,24	6	0,18
2	9	0,26	11	0,32	8	0,24
3	2	0,06	3	0,09	3	0,09
4	7	0,21	3	0,09	0	0,00
5	0	0,00	1	0,03	0	0,00
6	2	0,06	0	0,00	0	0,00
7	0	0,00	0	0,00	0	0,00
8	1	0,03	0	0,00	0	0,00
	34	1	34	1	34	1

A második oszlop összege az egy csapat által a teljes szezonban játszott mérkőzések száma, a harmadik oszlop összege pedig 1.

4. ÁBRA Relatív gyakoriság és gólok száma mérkőzésenként három csapat esetében



6. Állapítsuk meg, milyen (korábban már kiszámított) információhoz jutnak a tanulók, ha megszorozzák a gólok számát (n) a megfelelő $p(n)$ relatív gyakorisággal a táblázat egyes soraiban. Ezután összegezzük a szorzatokat:

$$\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot p(n).$$

Megoldás: A számítással az egyes csapatok által a szezonban szerzett gólok átlagos számát kapjuk: $\overline{n}$.

7. A gólok átlagos száma alapján számítsuk ki a relatív szórást a mérkőzések eredményében. A koincidencia relatív szórás, amelynek értéke a Poisson-eloszlás szerint $\sqrt{\frac{1}{\overline{n}}}$.

Az egyes mérkőzések eredményét egyre nehezebb megjósolni, ahogy nő a relatív szórás értéke. Ez csak közelítő becslés; ugyanakkor érvelhetünk úgy, hogy a futball alapja a relatív szórás. A valós mérkőzéseken a relatív szórás gyakran akár 100% is lehet. A relatív szórás ugyanakkor magasabb, ha a csapat hátrébb helyezkedik el a tabellán.

8. Rajzoljuk fel grafikonon, hogyan változik az egyes csapatok helyzete a tabellán a szezon közben (mind a 34 fordulóhoz). Vitassuk meg a tanulókkal a tabellán való előrelépés vagy visszaesés lehetséges okait.

3 | 3 Valószínűség

9. A tanulók korábban már kiszámították az egyes csapatok szerzett és kapott góljainak mérkőzésenkénti átlagát. Legyen r_1 az első csapat mérkőzésenként szerzett góljainak átlagos száma, az r_2 pedig a második csapat mérkőzésenként szerzett góljainak átlagos száma. Az R értékét a következő hányadosként definiáljuk: $R = \frac{r_1}{r_2}$.

Annak valószínűsége, hogy az első csapat szerzi a következő gólt, $p_1 = \frac{R}{R+1}$, annak valószínűsége pedig, hogy a második csapat szerzi a következő gólt $p_2 = 1 - p_1 = \frac{1}{R+1}$.

Az átlagok természetesen minden szerzett gólnál megváltoznak. Ezt azonban nem vesszük figyelembe: helyette az előző átlagokat használjuk a teljes mérkőzésre. Kérjük meg a tanulókat, hogy számítsák ki a p_1 és p_2 valószínűségeket az egyes csapatokhoz a 33 forduló adatainak alapján, hogy összehasonlíthassák az elméleti eredményeket a Bundesliga 1 2014/15-ös szezonjának 34. fordulójából származó tényleges eredményekkel.

10. Ha a mérkőzés egy adott pontján a két csapat összesen n gólt szerzett, akkor p_1^n annak a valószínűsége, hogy az összes gólt az első csapat szerezte, p_2^n pedig annak a valószínűsége, hogy az összes gólt a második csapat szerezte. Annak a valószínűsége, hogy az első csapat k gólt szerzett az n gólból: $\binom{n}{k} p_1^n p_2^{n-k}$.

11. Annak a valószínűsége, hogy a mérkőzésenként r gólt szerző csapat n gólt szerez t idő alatt (a mérkőzés kezdete és vége között: 0 = mérkőzés kezdete és 1 = mérkőzés vége) a következőképpen számítható ki: $p = \frac{(rt)^n}{n!} e^{-rt}$.

Kérjük meg a tanulókat, hogy rajzolják fel grafikonon annak valószínűségét, hogy az egyes csapatok n (0, 1, 2, 3 vagy 4) gólt szereznek egy mérkőzés 90 perce alatt. Hasonlítsuk össze a 33 forduló elméleti számításait a Bundesliga 1 2014/15-ös szezonjának 34. fordulójából származó tényleges eredményekkel.

12. A tanulókat megkérhetjük arra is, hogy ellenőrizzék az $n:m$ eredmény valószínűségét. Az elmélet szerint a valószínűség a következő egyenlettel számítható ki:

$$p_{n,m} = \frac{(r_1 t)^n \, (r_2 t)^m}{n!\, m!} e^{-(r_1+r_2)t}.$$

Az egyenlet azt feltételezi, hogy az egyes csapatok góljai függetlenek egymástól, ami nyilvánvalóan nem igaz, de első közelítésként alkalmazható. Hasonlítsuk össze az elméleti számításokat a Bundesliga 1 2014/15-ös szezonjának 34. fordulójából származó tényleges eredményekkel (**5. ÁBRA**).

FIG. 5 Eredmények a Bundesliga 1 2014/15-ös szezonjának 34. fordulójából [3]

Bayern	Mainz	**2 : 0**
Dortmund	Bremen	**3 : 2**
Frankfurt	Leverkusen	**2 : 1**
Hamburger SV	Schalke	**2 : 0**
Hannover	Freiburg	**2 : 1**
Hoffenheim	Hertha	**2 : 1**
Köln	Wolfsburg	**2 : 2**
Mönchengladbach	**Augsburg**	**1 : 3**
Paderborn	**Stuttgart**	**1 : 2**

4 | KÖVETKEZTETÉS

Az adathalmazok folyamatos vizsgálata és elemzése bizonyos mértékben segíthet a futballmérkőzések eredményeinek megjóslásában. Ugyanakkor az egyes mérkőzések pontos eredményének előrejelzéséhez számos egyéb paramétert is figyelembe kell venni a gólokon kívül (pl. sérülések, játékosok pillanatnyi formája, pálya állapota, időjárás stb.). Ha létezne valamilyen „mágikus” képlet, sokkal több lenne a fogadásból meggazdagodott milliomos. De az esélyek latolgatásáról elmondható, hogy sokkal inkább művészet, mint tiszta tudomány.

A tanegység célja ugyanakkor nem az, hogy a sportfogadásról beszéljünk, ezért ennyi legyen is elég a témáról.

5 | EGYÜTTMŰKÖDÉSI LEHETŐSÉGEK

A különböző országokban tanuló diákok összegyűjthetik saját nemzeti bajnokságaik eredményeit. Ezután kiszámíthatják az egyes csapatok gólstatisztikáját (szerzett és kapott gólok) a teljes szezonra, a gólok mérkőzésenkénti átlagát, valamint a mérkőzésenként az egyes csapatok által szerzett és kapott gólok átlagos számát.

Végül összehasonlíthatják a számítások eredményét, és elemzésnek vethetik alá a nemzeti bajnokságot. Mindegyik csapat nagyjából hasonló játékerőt képvisel, vagy néhány kiemelkedően erős csapat, néhány gyenge csapat és nagy számú átlagos csapat alkotja a mezőnyt? Lehet, hogy a tanulók a fenti két felálláson túlmutató, harmadik, negyedik vagy ötödik lehetőséget állapítanak meg …

REFERENCIÁK

[1] www.football-data.co.uk/

[2] www.soccerex.com/about/what-soccerex/football-industry (2015.11.08)

[3] www.rezultati.com/nogomet/njemacka/bundesliga-2014-2015/ (2015.11.12)

- ALI JE NOGOMET IGRA NA SREČO, Janez Strnad, Presek, ISSN 0351-6652, 13. év (1985/1986), 1. sz., 9–15. oldal
- Matematika i nogomet (http://pptfilesearch.com/single/79931/nogomet-i-matematika), Franka Miriam Brückler, Osijek, 1.6.2006 (2016.03.08)